

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ АВТОКОЛЕБАНИЙ В СИСТЕМЕ ЦИСТЕИН – ОКСИГЕНИРОВАННЫЕ КОМПЛЕКСЫ КОБАЛЬТА (II) С *o*-ДИСАЛИЦИЛИДЕНФЕНИЛЕНДИАМИНОМ И ЦИТОЗИНОМ

С.С. Етмишева, У.Г. Магомедбеков, У.Г. Гасангаджиева, Х.М. Гасанова

СОФИЯ СЕЙПУЛЛАЕВНА ЕТМИШЕВА – ст. преподаватель кафедры неорганической химии Дагестанского государственного университета. E-mail: sophi05@yandex.ru.

УХУМААЛИ ГАДЖИЕВИЧ МАГОМЕДБЕКОВ – д.х.н., профессор, заведующий кафедрой неорганической химии Дагестанского государственного университета. E-mail: ukhgtag@mail.ru.

УМУКУСУМ ГУСЕЙНОВНА ГАСАНГАДЖИЕВА – к.х.н., доцент кафедры неорганической химии Дагестанского государственного университета. E-mail: ugga74@mail.ru.

ХАДИЖАТ МАГОМЕДОВНА ГАСАНОВА – к.х.н., доцент кафедры неорганической химии Дагестанского государственного университета. E-mail: hmgas@mail.ru

367000, Россия, Республика Дагестан, Махачкала, ул. Гаджиева, д. 43-а. Дагестанский государственный университет.

Приведены результаты по анализу математической модели кинетики возникновения химических осцилляций в гомогенной системе цистеин – оксигенированные комплексы кобальта (II) с *o*-дисалицилиденфенилендиамином и цитозином. На основе качественного анализа модели, представленного в виде системы из двух нелинейных дифференциальных уравнений, установлено, что реализуется одно стационарное состояние типа «неустойчивый фокус». Из этой особой точки возможна бифуркация в предельный цикл (бифуркация типа Андронова-Хопфа), что указывает на реализацию автоколебательного режима. Численное интегрирование модели показало, что она имеет решение в виде предельного цикла и процесс протекает в колебательном режиме при концентрациях цистеина и катализатора, соизмеримых с их экспериментальными величинами.

**Ключевые слова:** цистеин, комплексы кобальта (II), кинетика, осцилляция, модель, анализ.

## A MATHEMATICAL MODEL OF AUTOOSCILLATIONS IN THE SYSTEM OF CYSTEINE-OXYGENATED COBALT (II) COMPLEXES WITH *o*-DISALICYLIDENEPHENYLENEDIAMINE AND CYTOSINE

S.S. Etmisheva, U.G. Magomedbekov, U.G. Gasangadzhieva, Kh.M. Gasanova

Dagestan State University, 43-a, Gadzhieva st., Makhachkala, Republic of Dagestan, Russia

Results of the analysis of the mathematical model of kinetics of the occurrence of chemical oscillations in a homogeneous system cysteine — oxygenated cobalt (II) complexes with *o*-disalicylidenephenylenediamine and cytosine are presented. Based on the qualitative analysis of the model, presented as a system of two nonlinear differential equations, it has been established that one stationary state of the “unstable focus” type is realized. From this singular point, a bifurcation into a limit cycle (bifurcation of the Andronov-Hopf type) is possible, which indicates the realization of the self-oscillatory mode. The numerical integration of the model showed that it has a solution in the form of a limiting cycle and the process proceeds in an oscillatory mode at cysteine and catalyst concentrations comparable with their experimental values.

**Key words:** cysteine, cobalt (II) complexes, kinetics, oscillation, model, analysis.

### Введение

Интерпретация экспериментальных результатов по исследованию химических осцилляций и проведение анализа особенностей протекания колебательных химических реакций основаны на принципах нелинейной динамики, неравновесной термодинамики и математического моделирования [1, 2]. Использование современных методов математического моделирования при рассмотрении критических явлений в химической кинетике позволяет решать широкий круг вопросов, связанных, прежде всего, с конкретизацией влияния управляющих параметров на механизм протекающих процессов [3].

Нами экспериментально установлено [4], что процесс гомогенного окисления цистеина (*Cys*, *R*) в присутствии в качестве катализатора (*cat*) координационных соединений кобальта (II) с о-дисульфидо-дифенилен-диамином (*ДСФДА*), цитозином (*Cyt*) и молекулярным кислородом протекает в колебательном режиме.

В настоящей статье представлены результаты по составлению и анализу математической модели кинетических закономерностей возникновения химических осцилляций в исследуемой системе.

### Обоснование и составление математической модели

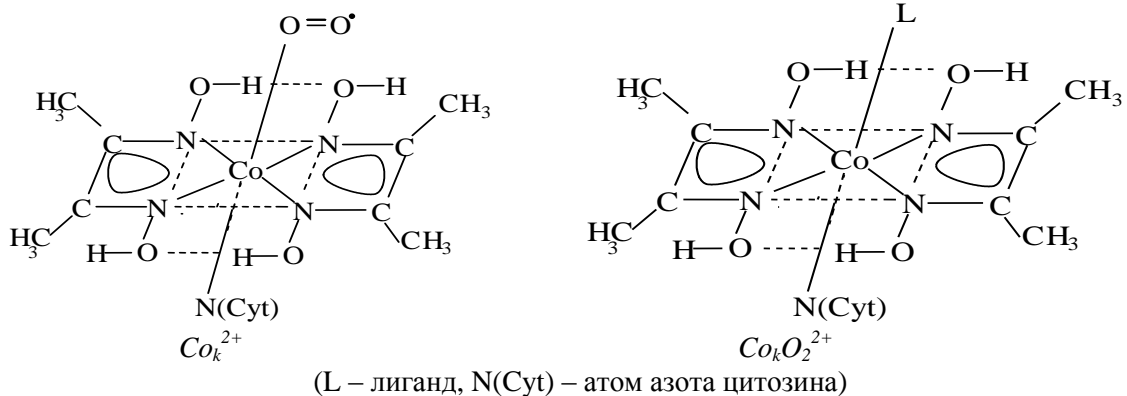
Построение и анализ математической модели кинетики процессов, протекающих в исследуемой системе, проводились на основе известного алгоритма [3, 5-7], включающего: составление кинетической схемы на основе элементарных стадий протекающих процессов; представление математической модели в виде системы автономных дифференциальных уравнений; упрощение и преобразование математической модели к безразмерному виду; проведение анализа и исследования полученной математической модели и интерпретация решения в терминах кинетической модели; сравнение полученных результатов с экспериментальными данными.

Формирование механизма гомогенного окисления цистеина в присутствии оксигенированных комплексов кобальта (II) с *ДСФДА* и *Cyt* проведено исходя из литературных данных [8-15] и некоторых предположений. Рассмотрение окислительно-восстановительных процессов, протекающих в исследуемой среде проводилось при  $pH > 7$ , следовательно, при этих условиях происходит ионизация по кислотной группе и реагент находится в виде  $RS^-$  за счет диссоциации по кислотной группе [8]. На образование при окислении цистеина промежуточных форм типа  $RS^{\cdot}$  и  $RSOH^{\cdot}$  указано в работах [8-10], а на возможность образования частиц типа  $HO_2^{\cdot}$  и  $HO_2^-$  отмечено в работе [9]. Координационные соединения переходных элементов в низших степенях окисления при соответствующем координационном окружении обратимо присоединяют молекулярный кислород, образуя форму  $Me_kO_2^{2+}$  ( $Me_k$  – связанные в комплекс ионы  $Mn^{2+}$ ,  $Fe^{2+}$  или  $Co^{2+}$ , а связанный в комплекс кислород выступает в качестве окислителя) [5, 11-15].

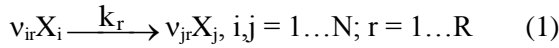
С учетом этих фактов предложена схема протекающих окислительно-восстановительных процессов в исследуемой системе в следующем виде:

1.  $RS^- + Co_kO_2^{2+} \xrightarrow{k_1} RS^{\cdot} + HO_2^{\cdot} + Co_k^{2+}$
2.  $RS^- + HO_2^{\cdot} \xrightarrow{k_2} RS^{\cdot} + H_2O_2$
3.  $RS^{\cdot} + HO_2^{\cdot} \xrightarrow{k_3} RSOH^{\cdot} + \frac{1}{2}O_2$
4.  $RSOH^{\cdot} + HO_2^{\cdot} \xrightarrow{k_4} RS^- + H_2O + O_2$
5.  $RS^{\cdot} + H_2O + O_2 \xrightarrow{k_5} RSOH^{\cdot} + HO_2^{\cdot}$
6.  $RSOH^{\cdot} + RSOH^{\cdot} \xrightarrow{k_6} 2RS^- + H_2O + \frac{1}{2}O_2$
7.  $HO_2^{\cdot} + HO_2^{\cdot} \xrightarrow{k_7} H_2O_2 + O_2$
8.  $Co_k^{2+} + O_2 \xrightarrow{k_8} Co_kO_2^{2+}$
9.  $H_2O_2 \xrightarrow{k_9} H_2O + \frac{1}{2}O_2$ ,

где  $RS^-$ ,  $RS^{\cdot}$  и  $RSOH^{\cdot}$  – различные формы превращений цистеина,  $Co_k^{2+}$  и  $Co_kO_2^{2+}$  – неоксигенированные и оксигенированные формы комплексов кобальта (II), имеющие следующее строение:



В соответствии с этим алгоритмом кинетика сложной химической реакции, отвечающая определенной заданной схеме превращений в виде следующих уравнений (1) [3, 16, 17].



описывается системой дифференциальных уравнений в виде (2) [16, 17]:

$$\frac{d[X_i]}{dt} = \sum_{r=1}^R (v'_{ir} - v_{ir})k_r \prod_i [X_i]^{v_{ir}} \quad (2)$$

где  $X_i$  – вещества,  $v_{ir}$  – стехиометрические коэффициенты;  $v_{ir} = 0$ , если  $X_i$  не входит в число веществ, вступающих в реакцию на  $r$ -й стадии и  $v'_{ir} = 0$ , если веществ нет среди продуктов, образующих на  $r$ -й стадии.

Полученная на основе соотношения (2) система обыкновенных дифференциальных уравнений соответствует математической модели исследуемого процесса, поэтому изучение эволюции химических систем сводится к качественному анализу рассматриваемой модели и (или) её решению аналитическим путем или численными методами.

Дифференциальные уравнения, которые учитывают изменение концентрации всех компонентов реакционной среды во времени, выведенные в соответствии с кинетической схемой процесса (3), имеют следующий вид:

1.  $d[RSH^-]/dt' = -k_1[RSH^-][Co_kO_2^{2+}] - k_2[RSH^-][HO_2^*]$
2.  $d[Co_kO_2^{2+}]/dt' = -k_1[RSH^-][Co_kO_2^{2+}] + k_8[Co_k^{2+}][O_2]$
3.  $d[RS^-]/dt' = k_1[RSH^-][Co_kO_2^{2+}] - k_3[RS^-][HO_2^*] + k_4[RSH^-][HO_2^*] - k_5[RS^-][H_2O_2][O_2] + 2k_6[RSH^-][RSH^-]$
4.  $d[HO_2^*]/dt' = k_1[RSH^-][Co_kO_2^{2+}] - k_2[RSH^-][HO_2^*] - k_3[RS^-][HO_2^*] - k_4[RSH^-][HO_2^*] + k_5[RS^-][H_2O_2][O_2] - k_7[HO_2^*]^2$
5.  $d[Co_k^{2+}]/dt' = k_1[RSH^-][Co_kO_2^{2+}] - k_8[Co_k^{2+}][O_2]$
6.  $d[H_2O_2]/dt' = k_2[RSH^-][HO_2^*] + k_4[RSH^-][HO_2^*] + k_7[HO_2^*]^2 - k_9[H_2O_2]$
7.  $d[RSH^-]/dt' = k_3[RS^-][HO_2^*] - k_4[RSH^-][HO_2^*] + k_5[RS^-][H_2O_2][O_2] - k_6[RSH^-][RSH^-]$
8.  $d[O_2]/dt' = k_3[RS^-][HO_2^*] - k_4[RSH^-][HO_2^*] + k_5[RS^-][H_2O_2][O_2] + k_6[RSH^-][RSH^-] + k_7[HO_2^*] - k_8[Co_k^{2+}][O_2] + k_9[H_2O_2]$
9.  $d[H_2O_2]/dt' = k_4[RSH^-][HO_2^*] - k_5[RS^-][H_2O_2][O_2] + k_6[RSH^-][RSH^-] + k_9[H_2O_2] \quad (4)$

Проведение анализа такого типа систем указанными методами, и, особенно, трактовка получаемых результатов, довольно затруднительно (система содержит девять нелинейных дифференциальных уравнений), поэтому было сделано ряд упрощений математической модели с целью умень-

шения числа дифференциальных уравнений в системе (4).

При реконструкции динамики исследуемой системы по временным последовательностям данных получено [4], что размерность фазового пространства для всех условий эксперимента соответствует пяти. Вследствие этого получаем, что количество компонентов реакционной смеси, которое необходимо учитывать при анализе кинетического механизма и, следовательно, число дифференциальных уравнений в анализируемой модели также соответствует пяти.

Дальнейшая редукция системы дифференциальных уравнений была проведена с учетом следующих моментов. Во-первых, нам известны исходные концентрации реагента и катализатора, что позволяет, исходя из уравнений материального баланса, выразить через них концентрации веществ, в которые в ходе реакций они превращаются. Во-вторых, используя принцип квазистационарности Боденштейна – Темкина, можно предположить, что концентрации  $H_2O_2$ ,  $RSH^-$ , а также различных форм катализатора будут приблизительно постоянными (это вытекает из стадий 2, 7 и 9 – для  $H_2O_2$ , реакций 3, 4, 5 и 6 – в случае частиц  $RSH^-$  и реакций 1 и 9 – для ионов  $Co_kO_2^{2+}$  и  $Co_k^{2+}$ ). Можно считать постоянной концентрацию молекулярного кислорода (эксперимент проводится в открытой по отношению к воздуху ячейке [18] и концентрация кислорода определяется её растворимостью в реакционной среде).

После проведения этих упрощений число дифференциальных уравнений уменьшается до двух, и соответствующую математическую модель можно представить в следующем виде:

$$\begin{aligned} \frac{dC_x}{dt'} &= k_1(C_a - C_x)C_b - k_3C_xC_y + \\ &+ k_2(C_a - C_x)C_y + k_4C_y - k_5C_x + 2k_6 \\ \frac{dC_y}{dt'} &= k_1(C_a - C_x)C_b - k_3C_xC_y - k_2(C_a - \\ &- C_x)C_y - k_4C_y + k_5C_x - k_7C_yC_y \end{aligned} \quad (5)$$

где  $t'$  – время,  $C_x = [RS^-]$ ,  $C_y = [HO_2^*]$ ,  $C_a = C_{R(исх)}$ ,  $C_b = C_{cat(исх)}$

Для проведения качественного анализа и численного решения систему (5) необходимо привести её к безразмерному виду. С этой целью введем новые обозначения:

$$x = \omega C_x, y = \eta C_y, z = \gamma C_z, t = \delta t', a = C_A, b = C_b,$$

$$\omega = k_3/k_2, \eta = k_2/k_1, \delta = k_2,$$

тогда система кинетических уравнений (4) примет вид:

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt'} &= \frac{\omega}{\delta} \left[ k_1 \left( a - \frac{x}{\omega} \right) b + k_2 \left( a - \frac{x}{\omega} \right) \frac{y}{\omega \eta} - k_3 \frac{x}{\omega} \frac{y}{\omega \eta} + k_4 \frac{y}{\omega \eta} - k_5 \frac{x}{\omega} + 2k_6 \right] \\ \frac{dy}{dt'} &= \frac{\eta}{\delta} \left[ k_1 \left( a - \frac{x}{\omega} \right) b - k_2 \left( a - \frac{x}{\omega} \right) \frac{y}{\omega \eta} - k_3 \frac{x}{\omega} \frac{y}{\omega \eta} - k_4 \frac{y}{\omega \eta} + k_5 \frac{x}{\omega} - k_7 \left( \frac{y}{\eta} \right)^2 \right] \end{aligned} \quad (6)$$

Для приведения системы уравнений к наиболее простому безразмерному виду введем обозначения:  $\varepsilon = k_3 k_1 / k_2^2$ ,  $\mu = k_2 / k_3$ ,  $\rho = k_4 / k_2$ ,  $\varphi = k_7 k_1 / k_2^2$ ,  $\gamma = k_6 / k_1$ ,  $\sigma = k_5 k_2 / k_3 k_1$ .

Тогда, проведя соответствующие преобразования, исследуемую систему дифференциальных уравнений (6) можно записать в следующем безразмерном виде:

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt'} &= [(a - \mu x)b + (a - \mu x)y - xy + \rho y - \sigma x + 2\gamma] \varepsilon; \\ \frac{dy}{dt'} &= (a - \mu x)b - (a - \mu x)y - xy - \rho y + \sigma x - \varphi y^2 \end{aligned} \quad (7)$$

С целью установления особенностей динамики рассматриваемого сложного химического процесса необходимо провести в первую очередь качественный анализ системы из двух дифференциальных уравнений нелинейного типа, представленной в качестве математической модели.

#### Качественный анализ математической модели

Согласно существующей процедуре [6, 16, 17] при проведении качественного анализа левые части дифференциальных уравнений в системе (7) приравниваем нулю и получаем систему алгебраических уравнений в следующем виде:

$$\begin{aligned} [(a - \mu x)b + (a - \mu x)y - xy + \rho y - \sigma x + 2\gamma] &= 0 \\ (a - \mu x)b - (a - \mu x)y - xy - \rho y + \sigma x - \varphi y^2 &= 0 \end{aligned} \quad (8)$$

Можно показать, что исследуемая система дифференциальных уравнений при  $\gamma = \frac{ab\sigma}{\mu b - \sigma}$  имеет единственную неподвижную точку (стационарное состояние) с координатами  $\bar{x} = \frac{ab + 2\gamma}{\mu b + \sigma}$ ;  $\bar{y} = 0$ .

При анализе устойчивости стационарного состояния [7,17] необходимо построить матрицу Рауса – Гурвица (9). Для обсуждаемого примера эта матрица имеет вид:

$$A = \begin{vmatrix} (-\mu b - \sigma) - \lambda & a - \mu x - x + \rho \\ -\mu + \sigma & -(a - \mu x) - x - \rho - \lambda \end{vmatrix} = 0 \quad (9)$$

Характеристическое уравнение, при этом, представляется в виде:

$$\lambda^2 - T\lambda^2 + \Delta\lambda = 0, \quad (10)$$

где

$$T = \left[ (\mu b + \sigma + a + \rho + \frac{ab + 2\gamma}{\mu b + \sigma}) - \mu \frac{ab + 2\gamma}{\mu b + \sigma} \right], \quad (11)$$

$$\text{и } \Delta = 2a\mu b + 2\mu b\rho + \frac{(2\sigma - 2\mu^2 b)(ab + 2\gamma)}{\mu b + \sigma}. \quad (12)$$

Решения уравнения (10) при  $T^2 - 4\Delta < 0$  в обозначениях  $T$  и  $\Delta$  представляются в виде:

$$\lambda_1 = \frac{T}{2} + \frac{\sqrt{T^2 - 4\Delta}}{2} i \quad \text{и} \quad \lambda_2 = \frac{T}{2} - \frac{\sqrt{T^2 - 4\Delta}}{2} i \quad (13)$$

Для случая, когда одно из решений уравнения (в нашем случае  $\lambda_2$ ) имеет вид  $\lambda_2 = \frac{T}{2} - \frac{\sqrt{T^2 - 4\Delta}}{2} i$ ,

возможна реализация неустойчивого состояния с особой точкой типа «неустойчивый фокус» [16, 17]. Из этой особой точки возможна бифуркация в предельный цикл (бифуркация типа Андронова-Хопфа), что является свидетельством возможности реализации в исследуемой системе химических неустойчивостей в виде возникновения химических осцилляций [7, 17].

#### Численное интегрирование математической модели

Следующим этапом анализа математической модели является численное решение системы дифференциальных уравнений. Это тем более важно, что результаты, получаемые на основе численного интегрирования, позволяют проверять заключение, сделанное об устойчивости системы и возникновении критических состояний методами качественного анализа.

Для численного интегрирования анализируемой системы обыкновенных дифференциальных уравнений, представленной в качестве математической модели протекающих процессов в колебательном режиме, использована программа Mathcad с подпрограммой Rkadapt [19].

Для выявления особенностей процесса гомогенного окисления цистеина расчетным путем определены пределы концентрации аминокислоты и катализатора, при которых возникают автоколебания. Для этого, согласно существующей процедуре, в качестве управляющих параметров определены исходные концентрации реагента – цистеина ( $a$ ), а также катализатора – оксигенированных комплексов кобальта (II) с ДСФДА и Суt ( $b$ ); в качестве переменных были выбраны промежуточные вещества превращения цистеина и продукты неполного восстановления координированного и растворенного кислорода в виде:  $x = [RS^{\cdot-}]$ ;  $y = [HO_2^{\cdot}]$ . (О возможности образования такого типа интермедиатов указано в монографии [10] и отмечено нами в работах [20, 21]).

Решения для различных значений концентраций реагента (*a*) и оксигенированных комплексов кобальта (*b*) при ( $\varepsilon = 3,6 \cdot 10^{-4}$ ;  $\mu = 16,5$ ;  $\rho = 8,0$ ;

$\sigma = 3,0 \cdot 10^{-5}$ ;  $\gamma = 8,0 \cdot 10^{-5}$ ;  $\varphi = 3,0 \cdot 10^5$  представлены на рис.1 (а, б, в, г).

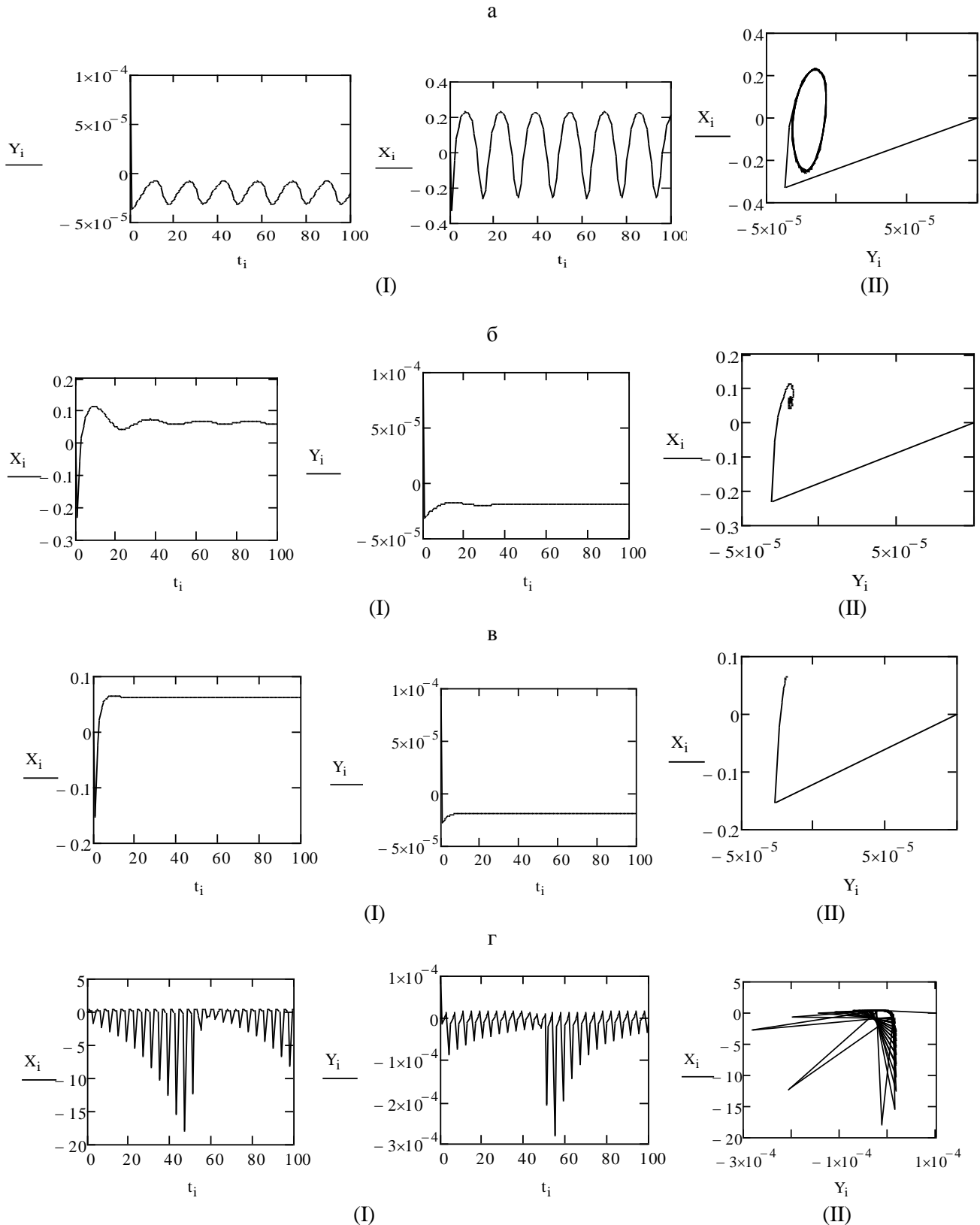


Рис. Зависимость изменения концентрации частиц  $X_i = [RS^{\cdot-}]$ ;  $Y_i = [HO_2^{\cdot}]$  от времени  $t_i$  (I). Фазовый портрет систем в координатах  $X_i - Y_i$ , (II)

а)  $a = 5,0 \cdot 10^{-4}$ ;  $b = 2,5 \cdot 10^{-5}$ ; б)  $a = 5,0 \cdot 10^{-4}$ ;  $b = 2,6 \cdot 10^{-5}$ ; в)  $a = 5,0 \cdot 10^{-4}$ ;  $b = 2,7 \cdot 10^{-5}$ ; г)  $a = 5,0 \cdot 10^{-4}$ ;  $b = 1,9 \cdot 10^{-5}$

Результаты расчетов, представленные на рисунке, показывают, что колебательные решения реализуются при концентрациях реагента и катализатора  $C_{\text{cat}} = 5,0 \cdot 10^{-4}$  и  $C_b = (2,5 \div 2,6) \cdot 10^{-5}$  соответственно; эти величины сопоставимы с опытными значениями концентраций цистеина и оксигенированных комплексов кобальта (II), при которых возникают химические осцилляции.

Таким образом, можно заключить, что численное интегрирование обсуждаемой математической модели для различных начальных условий свидетельствует о том, что рассматриваемая математическая модель имеет решение в виде предельного цикла и процесс протекает в колебательном режиме при определенных исходных концентрациях цистеина и катализатора, сопоставимых с количествами, при которых экспериментально наблюдаются концентрационные колебания. Сравнение экспериментальных и расчетных данных позволяет констатировать, что обсуждаемая математическая модель удовлетворительно описывает процессы возникновения химических осцилляций при гомогенном окисления цистеина в присутствии оксигенированных комплексов кобальта (II) с о-дисалицилиденфенилендиамином и цитозином.

*Работа выполнена на базе Научно-образовательного центра ДГУ «Нелинейная химия» с использованием оборудования Центра коллективного пользования ДГУ «Аналитическая спектроскопия».*

### Литература

1. Малинецкий Г.Г., Потапов А.Б., Подлазов А.В. Нелинейная динамика: Подходы, результаты, надежды. М.: Книжный дом «ЛИБРИКОМ». 2016. 280 с.
2. Кольцова Э.М., Третьяков Ю.Д., Гордеев Л.С., Вертегел А.А. Нелинейная динамика и термодинамика необратимых процессов в химии и химической технологии. М.: Химия. 2001. 408 с.
3. Быков В.И., Цыбенкова С.Б. Нелинейные модели химической кинетики. М.: КРАСАНД. 2011. 400 с.
4. Етмишева С.С., Магомедбеков У.Г., Гасангаджиева У.Г. Изв. вузов. Химия и хим. технология. 2018. Т. 61. Вып. 8. С. 40-46; DOI: 10.6060/ivkkt.20186108.5765.
5. Магомедбеков У.Г. Окисление биосубстратов в колебательном режиме. Махачкала: ИПЦ ДГУ. 2002. 132 с.
6. Быков В.И. Моделирование критических явлений в химической кинетике. М.: КомКнига. 2006. 328 с.
7. Мазуров М.Е. Идентификация математических моделей нелинейных динамических систем. М.: ЛЕНАНД. 2019. 284 с.
8. Биохимия / Под ред. Е.С. Северина. М.: ГЭОТАР. 2004. 779 с.
9. Сычев А.Я., Исак В.Г. Успехи химии. 1995. Т. 64. №12. С.1183-1209.
10. Торчинский Ю.М. Сульфгидрильные и дисульфидные группы белков. М.: Наука. 1971. 228 с.
11. Братушко Ю.И. Координационные соединения 3d переходных металлов с молекулярным кислородом. Киев: Наукова Думка. 1987. 168 с.
12. Магомедбеков У.Г., Етмишева С.С., Хасанов И.И. Вестник Чеченского государственного университета. 2013. Вып. 1. С. 116-120.
13. Магомедбеков У.Г., Гасангаджиева У.Г., Гасанова Х.М., Гаджибалаева З.М., Магомедова Р.А. Известия Вузов. Сев.-Кавк. регион. Естественные науки. 2008. № 6 (146) С. 48-52.
14. Магомедбеков У.Г., Гасангаджиева У.Г., Гасанова Х.М., Магомедбеков Н.Х. Вестник Дагестанского государственного университета. Ест. Науки. 2010. Вып. 6. С. 112-114.
15. Магомедбеков У.Г., Гасангаджиева У.Г., Гасанова Х.М., Магомедбеков Н.Х. Вестник Моск. ун-та. Сер.2. Химия. 2011. Т.52. №6. С.443-448.
16. Самарский А.А., Михайлов А.П. Математическое моделирование. М.: Наука. 1997. 320 с.
17. Немыцкий В.В., Степанов В.В. Качественная теория дифференциальных уравнений М.: ЛЕНАНД. 2017. 552 с.
18. Досон Р., Эллиот Д., Эллиот У., Джонс К. Справочник биохимика. М. Мир. 1991. 554 с.
19. Rojman J.A. Studying Nonlinear Chemical Dynamics with Numerical Experiments. Department of Chemistry & Biochemistry. University of Southern Mississippi. 1997. P. 339-348.
20. Магомедбеков У.Г., Гасангаджиева У.Г., Гасанова Х.М. Вестник Моск. Ун-та. Сер. 2. Химия. 2013. Т. 54. № 6. С. 330-341.
21. Магомедбеков У.Г., Гасангаджиева У.Г., Гасанова Х.М., Магомедбеков Н.Х. Рос. хим. ж. (Ж. Рос. хим. об-ва им. Д.И. Менделеева). 2009. Т. 56. № 6. С. 74.