

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ПРОЦЕССА СМЕШЕНИЯ В СТАТИЧЕСКОМ СМЕСИТЕЛЕ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ВИХРЕВОГО СМЕШИВАЮЩЕГО УСТРОЙСТВА

М. О. Сиволецкий, О. В. Чагин, В. Н. Блиничев, М. Ю. Колобов

15300, Россия, Иваново, пр. Шереметевский, д. 7, Ивановский государственный химико-технологический университет (ИГХТУ).

Статья посвящена математическому описанию процесса получения эмульсии в статическом смесителе с использованием вихревых смешивающих устройств. Представлен механизм дробления капель масла в воде при турбулентном режиме течения сред.

Ключевые слова: статический смеситель, смешивающий элемент, вихревая ячейка, коэффициент вариации, характеристический канал ячейки.

MATHEMATICAL DESCRIPTION OF THE MIXING PROCESS IN A STATIC MIXER USING A VORTEX MIXING DEVICE

M. Syvolotsky, O. Chagin, V. Blinichev, M. Kolobov

7, Sheremetievskiy Avenue, Ivanovo, 153000, Russia. Ivanovo State University of Chemistry and Technology

The article is devoted to the mathematical description of the process of obtaining an emulsion in a static mixer using vortex mixing devices. The mechanism of fragmentation of oil droplets in water under turbulent flow regime is considered.

Keywords: static mixer, mixing element, vortex cell, coefficient of variation, characteristic channel of the cell.

Создание статических смесителей является актуальным и перспективным направлением. Данное оборудование используется для получения однородных жидких и газовых смесей, эмульсий, суспензий, для подогрева холодных жидкостей паром, охлаждения газов жидкостью и подготовки смесей в реакторы. Статический смеситель представляет собой участок трубы, внутри которого закреплены смесительные элементы различного профиля. Такие аппараты характеризуются малыми габаритами, низкими эксплуатационными затратами, простотой обслуживания [1].

При разработке конструкции статического смесителя особый упор делается на конструкцию

внутренних смесительных устройств, определяющих основные параметры смесителя.

На кафедре МАХП ИГХТУ создана экспериментальная установка для исследования процесса смешения с использованием статического смесителя. В качестве смешиваемых сред использовались вода и растительное масло. Полученная эмульсия содержала 2,5 % масла. В качестве смесительного устройства использовалась пакетная вихревая насадка (ПВН) [2], которая обеспечивала многократное дробление жидкостного потока, а также изменение направления движения потоков внутри насадочных устройств и приводила к увеличению дисперсности смешиваемых сред.

Представленная ниже математическая модель описывает процесс получения смеси в статическом смесителе. Она построена на основе балансового подхода и опирается на данные, полученные в ходе экспериментов. Данная математическая модель позволяет определить минимально необходимое количество смесительных элементов при заданной концентрации масла в воде, заданном коэффициенте вариации и расходе жидкой фазы. Математическая модель содержит следующие допущения:

- 1) смесь, проходя через канал с определенным характеристическим размером, образует капли только одного диаметра, соответствующие этим характеристическим размерам;
- 2) считается, что капли разных диаметров, после прохождения ячейки, равномерно распределены по поперечному сечению потока;
- 3) влияние процесса коалесценции учитывается введением специального коэффициента;
- 4) считается, что при дроблении и коалесценции капли масла переходят в размерный класс, получаемый в других, ближайших по размеру, каналах ячейки.

Расположение каналов и схема деления капель в насадке представлено на рисунке 1.

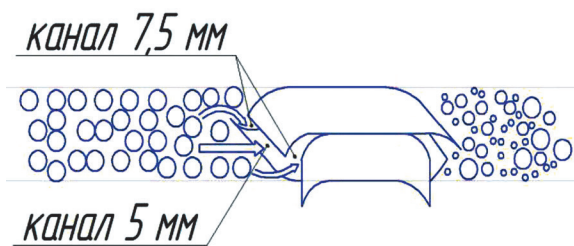


Рис. 1. Схема деления и распределения капель в насадке

Каждая ячейка насадки ПВН имеет три канала входных характеристических размера с разными эквивалентными диаметрами: 5 мм и 7,5 мм. Поток смеси попадает внутрь ячейки, где начинает турбулентным вихрем равномерно распределяться по ее внутреннему объему. При прохождении смеси через определенный канал, в ней образуются капли, размер которых зависит от характеристического размера данного канала. Единый поток жидкости, попадая в насадку, делится на потоки. Весь поток разбивается на два типа струй, параметры которых зависят от того, каким характеристическим каналом ячейки они генерируются.

Будем считать, что смесь входит в ячейку по одному из трех каналов: один с характеристическим размером 5 мм и два с характеристическим

размером 7,5 мм. Расположение каналов представлено на рисунке 1.

При входе в насадку жидкостной поток преодолевает местные сопротивления, заложенные в геометрии ячейки. Вид данного сопротивления принимаем как «внезапное сужение» и соотносим размеры проходных каналов с эквивалентным размером характеристического канала [4]. Коэффициент \aleph местного сопротивления (коэффициент потерь) при турбулентном движении определяется в основном формой (видом) местного сопротивления и очень мало изменяется с изменением абсолютных размеров данного местного сопротивления, скорости потока и вязкости жидкости. Поэтому обычно считают, что \aleph не зависит от числа Рейнольдса [3]. Таким образом, коэффициент сопротивления для характеристического канала размера ячейки с размером 5 мм и 7,5 мм соответственно составит [4]:

$$\aleph_5 = (d_5 / d_{11})^2 \text{ и } \aleph_{7,5} = (d_{7,5} / d_{11})^2 \quad (1)$$

где: d_{11} – характеристический размер ячейки 11 мм; d_5 – характеристический размер канала 5 мм; $d_{7,5}$ – характеристический размер канала 7,5 мм.

Принимаем коэффициенты сопротивления: $\aleph_5 = 47,5$; $\aleph_{7,5} = 5,4$.

Единый поток жидкости, попадая в каналы насадки, делится на потоки. Весь поток разбивается на два типа потоков. Принимаем, что поток жидкости, попавший в канал с характеристическим размером 5 мм, имеет скорость v_5 , а поток жидкости, попавший в канал с характеристическим размером 7,5 мм, имеет скорость $v_{7,5}$.

При движении жидкости в канале между ней и стенками канала возникают дополнительные силы сопротивления, в результате чего частицы распределенной жидкости, прилегающие к поверхности, тормозятся. Это торможение благодаря вязкости жидкости передается следующим слоям, причем скорость движения жидкости по мере удаления от оси канала постепенно уменьшается. Для определения гидравлического сопротивления по каналам будем пользоваться эмпирической формулой Вейсбаха [3]:

$$\Delta P = \aleph \cdot \rho \cdot v^2 / 2, \quad (2)$$

где: ΔP – потери давления на гидравлическое сопротивление, Па; v – скорость движения жидкости за местным сопротивлением, принимаем $v = v_{cp}$, м/с.

Исходя из условия равенства гидравлических сопротивлений, которые потоки преодолевают в каналах, следует, что сопротивление на входе

во всех характеристических каналах будут равны ($\Delta P_5 = \Delta P_{7,5}$).

$$\Delta P = \lambda'_5 \cdot \rho \cdot \vartheta_5^2 / 2 = \lambda'_{7,5} \cdot \rho \cdot \vartheta_{7,5}^2 / 2$$

$$47,5 \cdot 890 \cdot \vartheta_5^2 / 2 = 5,4 \cdot 890 \cdot \vartheta_{7,5}^2 / 2$$

Из данного равенства местных сопротивлений находим распределение скоростей жидкости по каналам. Соотношение скоростей в каналах смесительного устройства выражается формулой:

$$\vartheta_{7,5} = 2,97\vartheta_5 \quad (3)$$

Общий расход жидкости V_{11} , делаясь на входе в ячейку, будет состоять из расходов V_5 и двух $V_{7,5}$. Соотношение расходов V_5 и двух $V_{7,5}$ обусловлены геометрией ячейки. Таким образом, баланс общего потока в ячейке можно записать уравнением:

$$V_{11} = V_5 + 2V_{7,5} \quad (4)$$

Расход жидкости в общем виде представляет собой произведение средней скорости жидкости на площадь поперечного сечения канала. Для общего потока в ячейке расход будет иметь вид:

$$V_{11} = \vartheta_{cp} \cdot S_{11} \quad (5)$$

где: S_{11} – площадь поперечного сечения характеристического канала ячейки 11 мм (площадь поперечного сечения ячейки), m^2 .

Тогда для характеристического канала ячейки размером 5 мм расход жидкости можно записать зависимостью:

$$V_5 = \vartheta_5 \cdot S_5 \quad (6)$$

где: S_5 – площадь поперечного сечения характеристического канала ячейки 5 мм, m^2 .

Для характеристического канала ячейки размером 7,5 мм расход жидкости в общем виде можно записать уравнением:

$$V_{7,5} = \vartheta_{7,5} \cdot S_{7,5} \quad (7)$$

где: $S_{7,5}$ – площадь поперечного сечения характеристического канала ячейки 7,5 мм, m^2 .

Исходя из условия равенства гидравлического сопротивления каналов насадки и зная коэффициенты сопротивления на входе в каждый из характеристических каналов ячейки, а также соотношения расходов в них, можно найти отношение скоростей жидкости в каждом из характеристических каналов к усредненной скорости движения жидко-

сти в ячейке. Для этого представим уравнение материального баланса в ячейке:

$$\vartheta_5 \cdot S_5 + 2\vartheta_{7,5} \cdot S_{7,5} = \vartheta_{cp} \cdot S_{11} \quad (8)$$

Подставив известные данные, получим зависимость, выраженную формулой 9.

$$\vartheta_5 \cdot 55 \cdot 10^{-6} + 2 \cdot 2,97 \cdot \vartheta_5 \cdot 82,5 \cdot 10^{-6} = 121 \cdot 10^{-6} \cdot \vartheta_{cp}$$

$$545,05 \cdot \vartheta_5 = 121 \cdot \vartheta_{cp}$$

$$\vartheta_5 = 0,22\vartheta_{cp} \quad (9)$$

Зная соотношение скоростей потока внутри ячейки $\vartheta_{7,5} = 2,97\vartheta_5$, получим следующий вид уравнения для определения средней скорости потока для ячейки диаметром 7,5 мм, м/с:

$$\vartheta_{7,5} = 0,66\vartheta_{cp} \quad (10)$$

Перемешивание за счет турбулентных возмущений является следствием постоянного изменения по величине и направлению пульсационной составляющей скорости U' . Пульсационное перемешивание характеризуется меньшим масштабом вихрей, и возникает, например, при обтекании потоком ячейки смешивающего элемента. Подставляя в уравнение модели «тройной капли» [5] значения диаметров капель, полученных из эксперимента для каждого из каналов насадки, мы получим пульсационные скорости, необходимые для генерации капель данного размера.

$$\frac{\rho \cdot U'^2}{2} = \frac{\sigma_{жж}}{d_{оп.}} \quad (11)$$

где: ρ – плотность распределяемой среды (масла), $кг/м^3$ ($\rho = 890 \text{ кг/м}^3$); U'^2 – среднее значение квадрата пульсации скорости в турбулентном потоке жидкости на расстоянии, соответствующем диаметру капли; $\sigma_{жж}$ – поверхностное натяжение смеси, $Н/м$ ($\sigma_{жж} = 12,5 \text{ мН/м}$); $d_{оп.}$ – экспериментально определенные средние диаметры капель, получаемые при прохождении потока смеси через каждый из каналов.

Величина U'^2 представляет среднее значение квадрата пульсации скорости в турбулентном потоке жидкости на расстоянии, соответствующем диаметру капли. Следовательно, вопрос о том, будет ли частица разорвана, решают так называемые малые завихрения на пути, меньшем, чем диаметр частицы, поскольку большие завихрения перемещают частицу, не разрывая ее [6].

Отсюда выражаем пульсационную скорость для характеристического канала диаметром 5 мм:

$$U'_5 = \sqrt{\frac{4 \cdot 2 \cdot \sigma_{жж}}{\rho \cdot d_{5\text{оп.}}}} \quad (12)$$

где: $U'_{7,5}$ – пульсационная скорость для характеристического канала 7,5 мм;

$d_{5\text{оп.}}$ – экспериментально определенные средние диаметры капель, получаемые при прохождении потока смеси через канал диаметром 5 мм.

Пульсационную скорость для характеристического канала 7,5 мм можно выразить следующей зависимостью:

$$U'_{7,5} = \sqrt{\frac{4 \cdot 2 \cdot \sigma_{жж}}{\rho \cdot d_{7,5\text{оп.}}}} \quad (13)$$

где: $d_{7,5\text{оп.}}$ – экспериментально определенные средние диаметры капель, получаемые при прохождении потока смеси через канал диаметром 7,5 мм.

Получив значения необходимой пульсационной скорости и зная среднюю скорость потока в заданных каналах можно вывести зависимость в общем виде:

$$U' / \vartheta_{\text{cp}} = A \cdot Re^k \quad (14)$$

где: A – постоянный коэффициент; Re – критерий Рейнольдса в степени k ;

$$Re = \frac{\vartheta_{\text{cp}} \cdot d_{11} \cdot \rho}{\mu},$$

где: ρ – плотность эмульсии; μ – динамическая вязкость эмульсии.

Обработав экспериментальные значения методом наименьших квадратов, мы получили зависимость отношения пульсационной скорости жидкости к средней скорости в характеристическом канале ячейки 5 мм в следующем виде:

$$U'_5 / \vartheta_5 = 7940 \cdot Re^{-3/4} \quad (15)$$

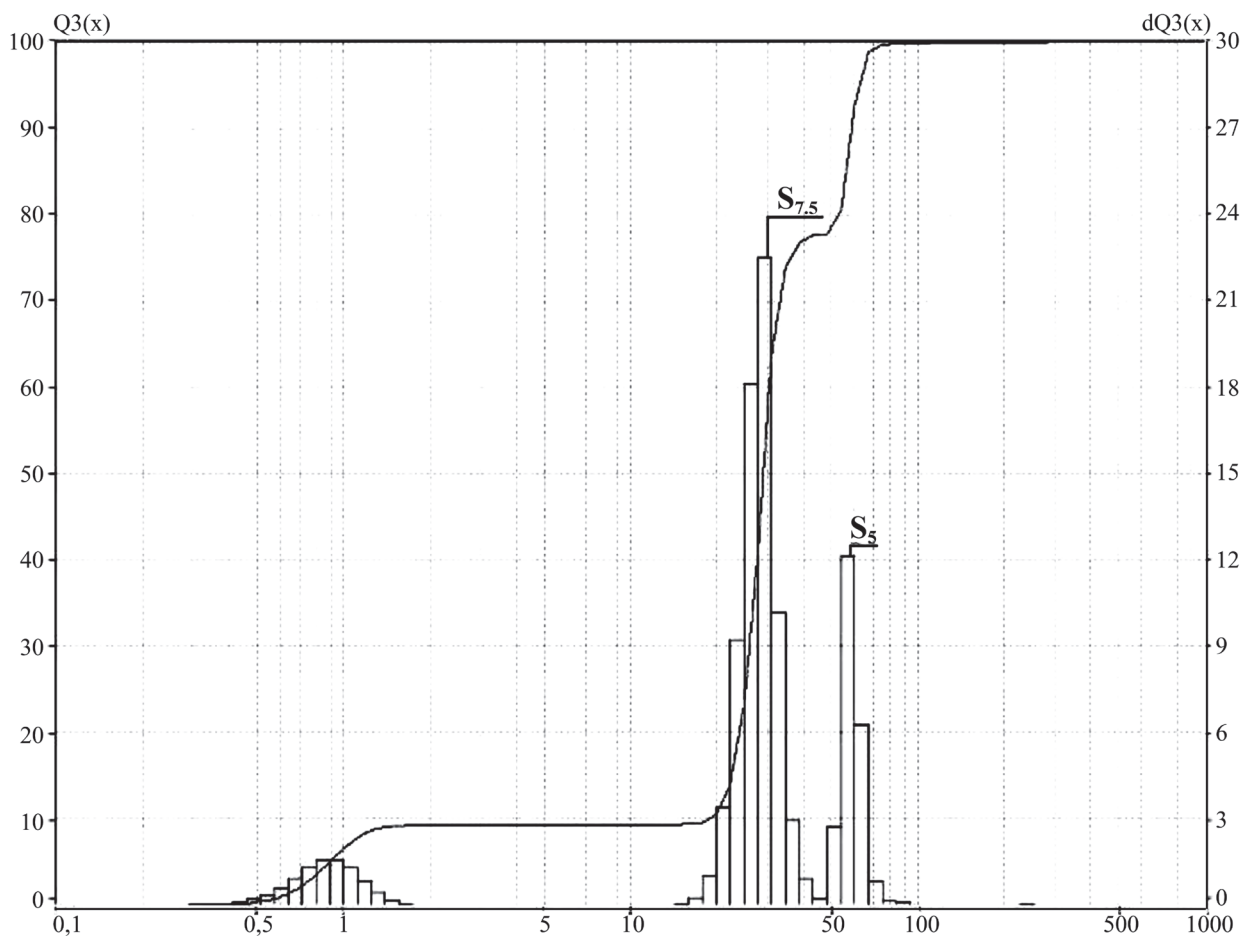


Рис. 2. Массовое соотношение получаемых капель в зависимости от попадания в различные характеристические каналы ячейки

То же соотношение для характеристического канала ячейки 7,5 мм принимает вид:

$$U'_{7,5} / \mathcal{D}_{7,5} = 6506 \cdot Re^{-0,84} \quad (16)$$

Смесь вода – растительное масло не является устойчивой из-за того, что поверхность раздела фаз обладает свободной энергией, а при соединении двух соседних капель происходит уменьшение межфазной поверхности. Это и является причиной неустойчивости дисперсных систем. Все процессы в таких системах односторонне и ведут к уменьшению дисперсности системы, что выражается в коалесценции, стремлении минимизировать поверхность фаз [7]. Ввиду этого, при движении потока смеси через насадку происходит не только генерация капель, но и наблюдается их коалесценция.

Для учета данного процесса было сделано предположение, что количество капель, полученных в каждом канале после прохождения смеси ячейки, пропорционально площади фигуры (S_5 и $S_{7,5}$ – площади фигур пропорциональные количеству капель масла, полученных в каналах с характеристическими размерами 5 мм и 7,5 мм соответственно) представленной на графике распределения количества капель масла каждой фракции, полученном на дифракционном анализаторе размера частиц «Analizette 22» при обработке экспериментальных данных (рис. 2).

После обработки экспериментальных данных методом наименьших квадратов была получена следующая зависимость:

$$y = 6 \cdot 10^{-3} \cdot Re^{0,25} \cdot (n)^{0,95} \quad (17)$$

Коэффициент (y) представляет собой отношение площади фигур ($y = S_{7,5}/S_5$), описывающих распределение капель по размеру и количеству, полученных после прохождения через характеристический канал размером 7,5 мм к площади фигур капель, полученных после прохождения через характеристический канал размером 5 мм.

После прохождения жидкости через первую ячейку насадки капли дробятся, причем капли, полученные в канале с характеристическим размером 7,5 мм, имеют «меньший» размер в сравнении с теми каплями, которые образуются в канале с характеристическим размером 5 мм по причине большой пульсационной скорости в ней.

Принимаем допущение, что на выходе из первой ячейки капли различных диаметров снова равномерно распределяются по сечению потока вследствие турбулентности потоков, следовательно, «большие» капли снова равномерно распределены

в среде «мелких» капель. Далее, поток жидкости попадают во вторую ячейку. Здесь «мелкие» капли, попавшие в канал 7,5 мм, уже не делятся, другая же часть попадает в канал 5 мм, где дробления тоже не происходит. «Крупные» капли, попавшие в канал 5 мм, не дробятся, но другая их часть попадает в канал 7,5 мм и дробится до размера «мелких». Таким образом, с каждой новой ячейкой количество «крупных» капель уменьшается, а количество «мелких» возрастает.

Таким образом, с каждой новой ячейкой количество «крупных» капель уменьшается, а количество «мелких» возрастает.

Находим расчетный средний диаметр капель:

$$\bar{d} = y \cdot d_5 + (1 - y) \cdot d_{7,5} \quad (18)$$

где: \bar{d} – расчетный средний диаметр капель; y – коэффициент, учитывающий влияние коалесценции.

Формула по нахождению среднеквадратичного отклонения имеет общий вид [90]:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (19)$$

где: x_i – локальная переменная; \bar{x} – среднее значение локальной переменной.

Для ячейки:

$$\sigma = \sqrt{\frac{(d_5 - \bar{d})^2 + (d_{7,5} - \bar{d})^2}{2}} \quad (20)$$

Зная среднеквадратичное отклонение получаемых капель масла в воде от среднего значения капли и значение этого среднего диаметра можно рассчитать коэффициент вариации размеров капель масла в воде [102]:

$$V_{\text{вар}} = \frac{\sigma}{\bar{d}} \cdot 100 \% \quad (21)$$

Разработанное математическое описание процесса получения эмульсии в статическом смесителе с использованием вихревых смешивающих устройств позволяет определить минимально необходимое количество смешивающих устройств при заданных значениях концентрации одного из компонентов, коэффициенте вариации и расходе жидкой фазы.

В качестве оценки дисперсности, ввиду различных вариантов распределения размеров диаметров капель в смеси по фракциям, используем коэффициент вариации.

Литература

1. Чаусов Ф.Ф. Химическое и нефтегазовое машиностроение. 2009. №3. С. 11–14.
2. Блиничев В.Н. (RU), Чагин О.В. (RU), Кутепов А.М. (RU), Кравчик Януш (PL). «Пакетная вихревая насадка для тепло- и массообменных аппаратов». Патент РФ № 2205063. 2003.
3. Альтшуль А.Д. Гидравлика и аэродинамика: учебное пособие для вузов // А.Д. Альтшуль, П.Г. Киселев. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Стройиздат. 1975. – 328 с.
4. Павлов К.Ф., Романков П.Г., Носков А.А. Примеры и задачи по курсу процессов и аппаратов химической технологии. – Л.: Химия. 1987. – 576 с.
5. Ганин П.Г., Шмидт А.А. Теоретическая оценка диаметра капель, образованных при дроблении наибольших капель в аппарате с перемешиванием // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Сер. «Физ.-мат. Науки». 2011. № 1. С. 29–36.
6. Стренк Ф. Перемешивание и аппараты с мешалками / пер. с польского И.А. Щупляка. – Л.: Химия. 1975.
7. Sherman P. Эмульсии. / Под ред. А.А. Абрамзона. Л.: Химия. 1972. – 449 с.